Géoréférencement de données dans le système de projection Laborde Madagascar

Lova Tahina RANDRIANARISON

Nofiaina RAZAFINDRABE

MASTER II SCIENCES D'INFORMATION GEOGRAPHIQUE
2004-2005

Janvier 2005

Table des matières

Le système de projection utilisé à Madagascar est la projection Laborde. Elle a été adoptée depuis 1925 pour l'établissement des cartes topographiques et du réseau géodésique local. Si actuellement, les logiciels de Système d'Information Géographique se développent de plus en plus, cette projection n'est pas encore intégrée dans certains outils de traitement et d'analyse SIG. D'où l'importance de connaître la correspondance entre le système utilisé à Madagascar et les systèmes géodésiques internationaux.

Le présent mini-projet porte sur l'étude du système de référence terrestre utilisé à Madagascar et sur le géoréférencement. Nous avons fait un petit rappel sur la géodésie à la première partie pour pouvoir parler de ce système, unique au monde. Un bref historique de la géodésie à Madagascar permettra ensuite de mieux comprendre le système référentiel adopté pour Madagascar. Une suite d'algorithme de passage en géoréférencement est abordé à la troisième partie.

I. Rappels théoriques sur la géodésie:

Sans entrer dans les détails, nous rappelons ici les notions essentielles en géodésie. Les définitions qui suivent sont principalement tirées et inspirées des ouvrages et manuels de géodésie récents [1] [2] [4].

A) Types de coordonnées rencontrés:

On peut résumer avec le tableau suivant les types de coordonnées que l'on peut rencontrer en géodésie:

Tableau 1. Type de coordonnées

	Référentiel géodésique	***+ Ellipsoïde de référence***	***+ Projection***	
Coordonnées	Cartésiennes	Géographiques	Planes (Unités angulaires)	Planes (Unité plane)
Bidirectionnelles	-	λ,φ	λ Est ,φ Nord	X,Y
Tridimentionnelles	X,Y,Z	λ,φ	λ,φ,h	X,Y,h

Ainsi les coordonnées d'un point peuvent être exprimées de différentes façons :

- ◆ Cartésiennes : exprimées dans un référentiel géocentrique (valeurs métriques)
- ◆ Géographiques : latitude et longitude (valeurs angulaires)
- ◆ En projection : représentation cartographique plane (valeurs métriques)

1. Référentiel géodésique, coordonnées tridimentionnelles cartésiennes:

Un système géodésique est un répère affine (O,i,j,k) à 3 dimensions, géocentrique. Son centre O est proche du centre des masses de la Terre, l'axe OZ de l'axe de rotation terrestre et le plan OXZ du plan méridien origine.

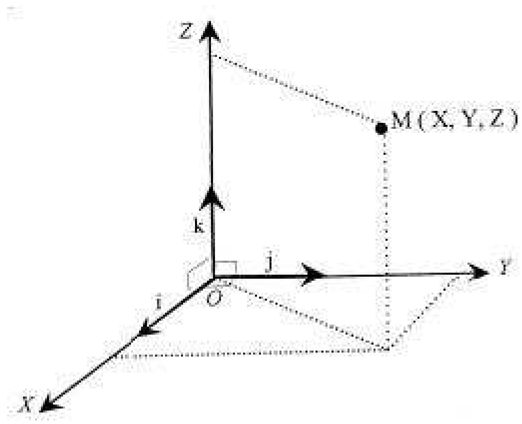


Figure 1- Système géodésique

Un point de la croûte terrestre est considéré fixe par rapport au système géodésique, malgré les petits déplacements qu'il peut subir (marée terrestre, surcharge océanique, mouvements tectoniques). Les coordonnées géodésiques (X,Y,Z) d'un point M quelconque ne sont pas des valeurs objectives mais bien dépendantes d'un modèle théorique. La disposition d'une surface de référence est alors nécessaire, cette surface est « l'ellipsoïde de révolution ».

2. Ellipsoïde de référence, coordonnées tridimentionnelles géographiques :

On associe au répère cartésien un ellipsoïde de centre O, de grand axe a et d'excentricité e fixés conventionnellement selon la figure 2.

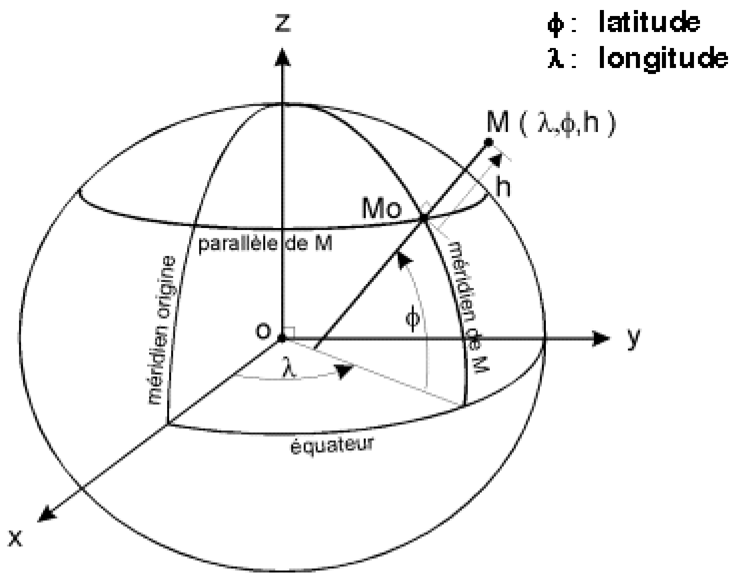


Figure 2- Système géodésique

Sur cette figure, Mo est la projection de M sur l'ellipsoïde de référence. La longitude λ du point M est l'angle entre le plan méridien origine et le méridien contenant M. La latitude φ est l'angle entre la normale à l'ellipsoïde passant par M et le plan équatorial.

La hauteur h est définie comme étant la distance, comptée le long de la normale à partir de Mo, entre l'ellipsoïde et M, à ne pas confondre avec l'altitude du point M. Ainsi le point M peut être définit par ses coordonnées géographiques (λ , φ, h).

3. Les projections, coordonnées planes:

Une représentation plane de l'ellipsoïde est nécessaire pour pouvoir cartographier une région du globe terrestre. On peur définir la position d'un point M par ses coordonnées dans le plan de projection dites coordonnées planes ou en projection, notées conventionnellement (E,N) ou (x,y).

La projection cartographique est définie par 3 élements: le canevas, le point d'origine de la projection et le facteur d'échelle. On peut distinguer les projections azimutale, conique et cylindrique.

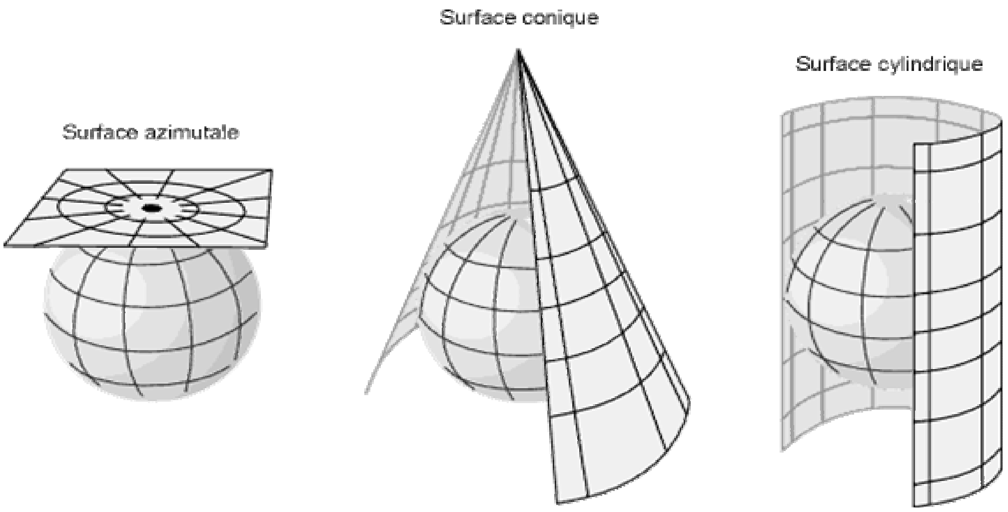


Figure 3- Les différentes projections cartographiques

4. L'altitude:

L'altitude H d'un point M est de manière très approchée la distance entre M et une surface de référence appelée le géoïde (fig. 4). Le géoïde est une surface d'égale potentielle de pesanteur, irrégulière mais à courbure très lentement variable, correspondant au niveau moyen des mers. L'ellipsoïde sur laquelle s'appuie les coordonnées géographiques est un modèle mathématique que l'on définit pour qu'il soit le plus près possible du géoïde.

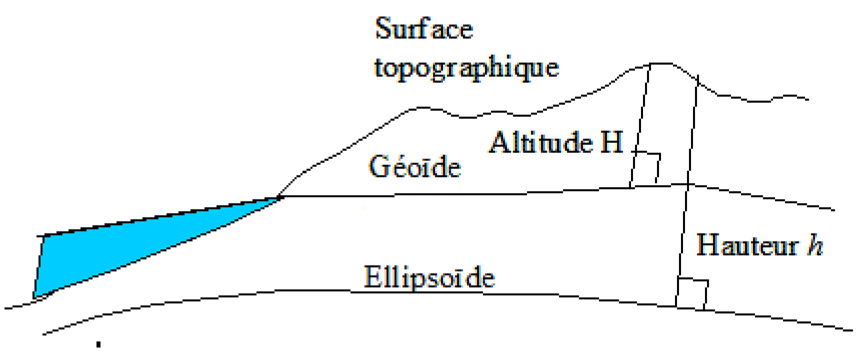


Figure 4- Hauteur et altitude

On défini un système de référence altimétrique par:

- un point fondamental: point pour lequel on fixe arbitrairement l'altitude. Ce point est proche d'un marégraphe et rattaché au niveau moyen des mers.
- Un type d'altitude : dynamique, orthonométrique ou normal.

B) Système de référence:

Un système de référence de coordonnées est constitué:

- d'un système géodésique de référence ou datum
- d'un ellipsoïde et d'un méridien d'origine
- d'une projection cartographique
- d'un système altimétrique

1. La géodésie terrestre:

En géodésie terrestre, un système de référence est défini par 2 réseaux distincts:

- un réseau planimétrique qui est défini par un point fondamental (dont les coordonnées sont issues d'observations astronomiques) et des observations constituant des réseaux géodésiques (obtenus par la méthode de triangulation).
- Un réseau altimétrique qui est défini par un point fondamental proche d'un marégraphe et par les observations issues de mesures géométriques et gravimétriques.

Les coordonnées sont bidimensionnelles + unidimentionnelles (2D +1): λ, φ, H ou E, N, H. Le sommet du répère O est à quelques centaines de mètres du centre des masses de la Terre, Le système est local.

2. La géodésie spatiale:

En géodésie spatiale, les observations sont des mesures radiométriques (temps de propagation, effet Doppler, phase) sur des satellites ou des objets extragalactiques.

Les coordonnées obtenues sont tridimensionnelles (3D): X, Y, Z ou λ, φ, h. Le sommet O est à quelques mètres du centre des masses de la Terre, les systèmes géodésiques obtenus sont globaux .

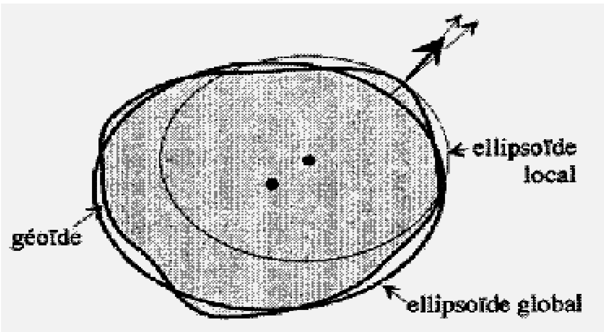


Figure 5- Systèmes géodésiques local et global

C) Systèmes internationaux:

Pour illustrer cette première partie, voici quelques exemples de système de référence international:

WGS84 :

- Ellipsoïde de référence : GRS80 ou WGS84 (très proches, moins d'un mm de différence)
  grand axe : 6 378 137.000 m, petit axe : 6 356 752.314 m.
- Géoïde, utilisé pour les altitudes : WGS-84 Geoid Heights, défini par pas de 0.25 degrés par la NIMA (US National Imagery and Mapping Agency)
- Coordonnées géographiques : en degrés, méridien de référence : Greenwich

- Projections et coordonnées associées :
- UTM (Universal Transvers Mercator) entre les latitudes 80° sud et 84° nord.
- UPS (Universal Polar Stereographic) pour les pôles.

ED50 :

- Ellipsoïde de référence : International 1924 (Hayford 1909)
  grand axe : 6 378 388.000 m, petit axe : 6 356 911.946 m.
- Somme des observations nationales européennes. Point fondamental : Helmert Tower à Postdam.
- Coordonnées géographiques : en degrés, méridien de référence : Greenwich
- Projection et coordonnées associées : UTM

NTF :

- Ellipsoïde de référence : Clarke 1880 IGN
  grand axe : 6 378 249.200 m, petit axe : 6 356 515.000 m.
- Triangulation de l'IGN, point fondamental : Panthéon à Paris.
- Niveau de référence des altitudes : niveau moyen de la mer à Marseille
- Coordonnées géographiques : en grades, méridien de référence : Paris
- Projections et coordonnées associées : Projections coniques conformes Lambert.

II. Le système de référence à Madagascar:

Madagascar est l'une des plus grandes îles du monde après Groenland, Nouvelle-Guinnée et Bornéo. Géométriquement, la Grande Ile est légèrement inclinée par rapport au méridien selon une direction Nord Est à Sud Ouest. Cela a caractérisé la formulation mathématique de la projection cartographique qu'on utilise à Madagascar. Elle mesure environ 1.600 km suivant la longueur et 576 Km suivant la largeur.

1.Historiquement

Le réseau de triangulation à Madagascar a débuté en 1887 sous la direction de l'ingénieur M. Grégoire pour la surveillance de la baie de Diego Suarez (au nord). Le Datum Antsiranana 1887 est alors établi, avec pour ellipsoïde de référence Clark 1880. Cela a évolué vers le datum Hellville 1888 en se reposant toujours à l'ellipsoïde de Clark.

L'armée française a ensuite utilisée la projection pseudo-conique de Bonne, qui a été la projection dite « de rigueur » dans le temps. Le système quadrant est alors appliqué à Madagascar pour la topographie et le calcul de la triangulation. Le datum Antsiranana 1906 ainsi que les autres systèmes locaux ont été rectifiés par M. Lesage, de l'armée navale française.

En 1928, le colonnel Jean Laborde, retraité de l'armée française, a remarqué que la projection de Bonne est un mauvais choix pour la projection à Madagascar. L'échec de la projection a été constaté depuis 1924, lors de l'exploration de la partie de Mangoky au sud ouest de l'Ile. Les erreurs angulaire de 22' et linéaire de 1/580 par unité de longueur ont été constatées.

Entre 1925 et 1926, 4 projections locales ont été mises en service, la projection de Bonne a été de moins en moins utilisée. Ces projections sont de type Gauss-Schreiber Transverse Mercator. Dans la région de Bemolanga-Morafenobe par exemple, 127 points géodésiques ont été calculés par triangulation dans une zone de 4.200 km².

En 1926, la projection Laborde a été utilisée pour les campagnes de surveillance en géodésie et topographie. Il a utilisé une translation, une rotation et un changement d'échelle pour pouvoir récupérer les points établis avec les 4 systèmes provisoires, sans aucune déformation [3].

La projection Laborde a été alors adoptée à Madagascar. Toutes les cartes produites par l'Institut de Géodésie et d'Hydrographie de Madagascar FTM, l'équivalent de l'IGN en France, sont projetées selon cette projection.

2.La projection Laborde

La projection cartographique de Laborde a été établie en 1909, mise en service à Madagascar depuis 1926 et adoptée par le comité international de géodésie en 1929.

Aussi bien que la projection oblique de Hotine, la projection Laborde utilise une triple projection conforme de manière à obtenir une projection conforme cylindrique oblique à la fin.

La première étape de la projection consiste à projeter l'ellipsoïde sur une sphère, appellée « aposphère ». L'étape suivante est de projeter la sphère sur un cylindre selon la projection Mercator Gauss-Schreiber Transverse. La dernière étape distorde le plan obtenu par rotation de manière à ce que l'isomètre central soit le grand axe de Madagascar [3] .

3. Le DATUM:

Les paramètres du système de référence à Madagascar sont comme suit [3] [6] :

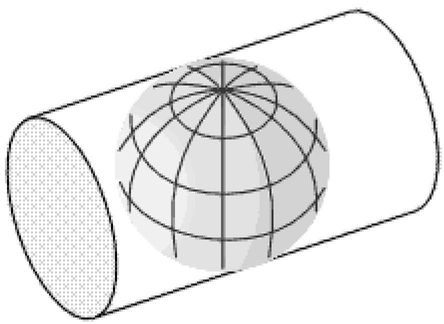
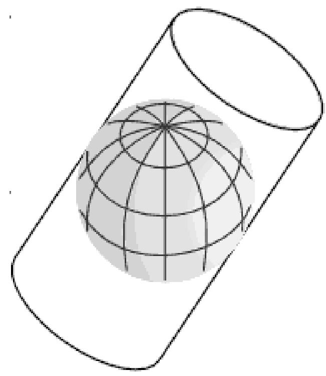
- Nom du datum : Tananarive 1925

- Ellipsoïde : International 1924:
- Demi grand axe : 6 378 388.000
- Premiére excentricté : 0.08199188998
- Aplatissement 1/f : 297.00
- Méridien d'origine : Paris
- Unité d'angle : grade

- Projection
    - Type de projection : Laborde Mercator oblique.
    - Longitude de l'origine de projection : 49 grades Est.
    - Latitude de l'origine de projection : 21 grades Sud.
    - Azimut de la ligne isomètre : 21 grades.
    - Facteur d'échelle au centre de projection : 0.9995

4. Caractéristiques de la projection Laborde:

Une projection cylindrique conforme a été choisie de manière à ce que l'isomètre central soit selon le grand axe de Madagascar. L'orientation de l'axe du cylindre est de 18° 54' nord-est (21 grades). Comme toute projection conforme, la projection Laborde conserve localement les angles. Plutot qu'une ellipse, l'indicatrice de Tissot est circulaire mais s'agrandit quand on s'éloigne du centre de la projection. Cela traduit l'importance des déformations au niveau du pseudo-équateur. Une comparaison des deux projections cylindriques Transverse Mercator et Mercator oblique a été illustrée par la figure.

Projection Transverse Mercator	Projection Mercator oblique
	
Ellipses indicatrices de Tissot	

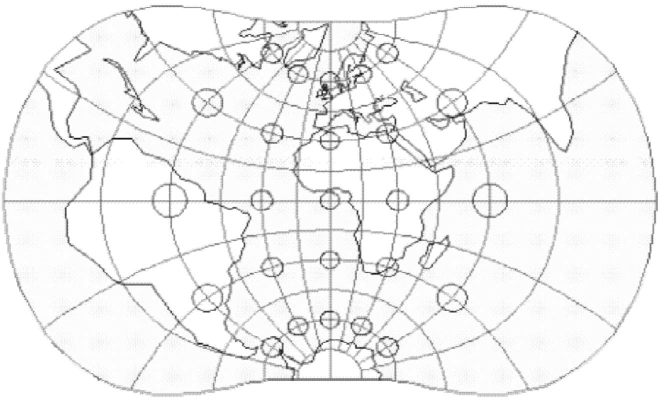
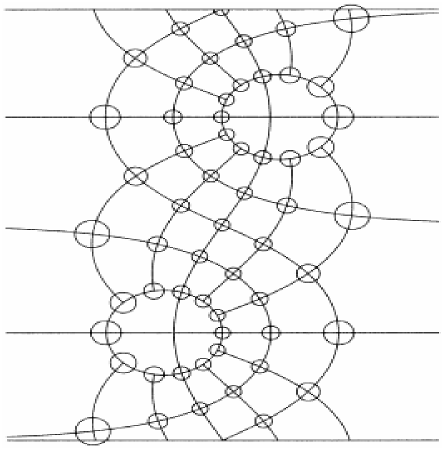
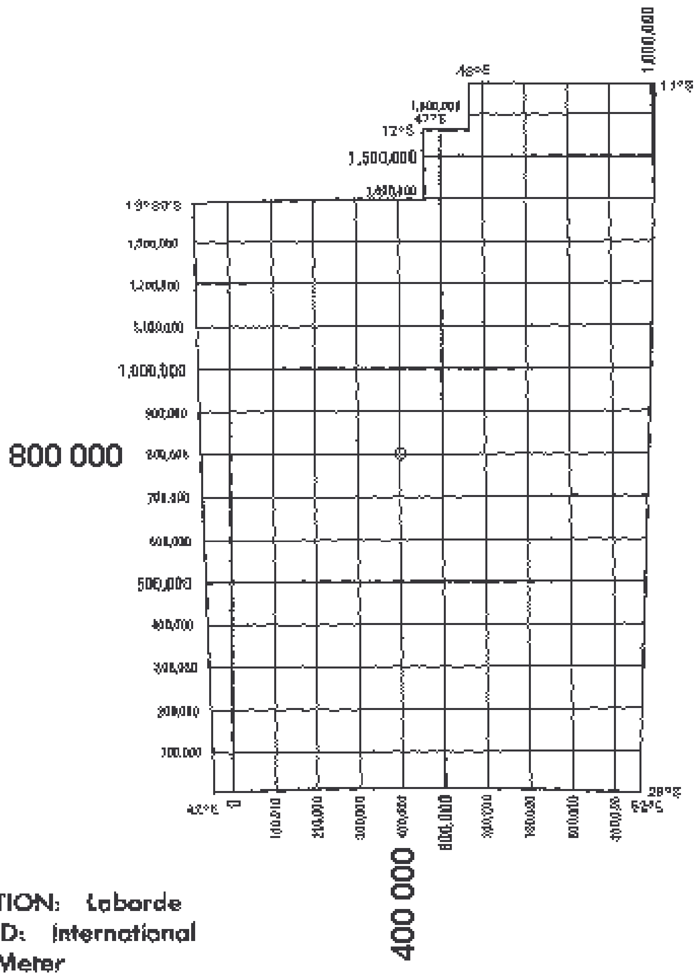
Projection Transverse Mercator	Projection Mercator oblique
	

Figure 6- Comparaison entre le Transverse Mercator et le Mercator Oblique

MADAGASCAR GRID



PROJECTION: Laborde
ELLIPSOID: International
UNIT: Meter
ORIGIN: 18°54′S., 46°26′13.95″E.
FALSE COORDINATES OF ORIGIN: 400,000 meters E., 800,000 meters N. (west of the false origin add 1,000,000 meters to the easting.)
SCALE FACTOR: .9995
INCIDENCE OF GRID LETTERS: No letters used
GRID TABLES: *Laborde Projection Tables, Madagascar Grid*
GRID "COLOR": Red (red-brown)
REFERENCING FOR 1,000-METER GRID (8-digit numerical reference):
Principal digits: (3); 100,000, 10,000, 1,000
REFERENCING FOR 10,000-METER GRID (6-digit numerical reference):
Principal digits: (2); 100,000, 10,000
REFERENCING FOR 100,000-METER GRID (4-digit numerical reference):
Principal digits: (2); 100,000, 10,000

Figure 7- La projection Laborde

III. Le géoréférencement de données:

1. Données non géoréférencées :

A priori, l'opération de géoréférencement consiste à projeter des données non référencées dans un système de référence choisi pour la zone d'étude. Ce procédé se fait en deux étapes: la prise des points de correspondances, dits « points d'amers » et le redressement de la géométrie des données suivant le système de projection adopté. Les points d'amers, étant des points caractéristiques de la région d'étude, ils servent d'appui pour le calcul des paramètres de calcul de redressement.

On peut citer, par exemple, le géoréférencement d'une carte scannée pour la rendre superposable avec les données raster et vecteur d'un SIG. Pour le redressement, on peut utiliser une fonction d'interpolation polynomiale ou tout simplement une similitude 2D, composée d'une translation, d'une rotation et d'un facteur d'échelle si on néglige les déformations locales de la carte scannée et si elle est établie dans la même projection que la base de données.

2. Transformation de référentiels:

Dans le cas de passage d'un système de référence à un autre, on peut procéder par différents niveaux (fig. 8) [1] [2] [4]:

- d'un système géodésique à un autre par une similitude 3D
- d'un ellipsoïde à un autre, par une transformation de Molodensky
- d'une projection à une autre, par des fonctions polynomiaux

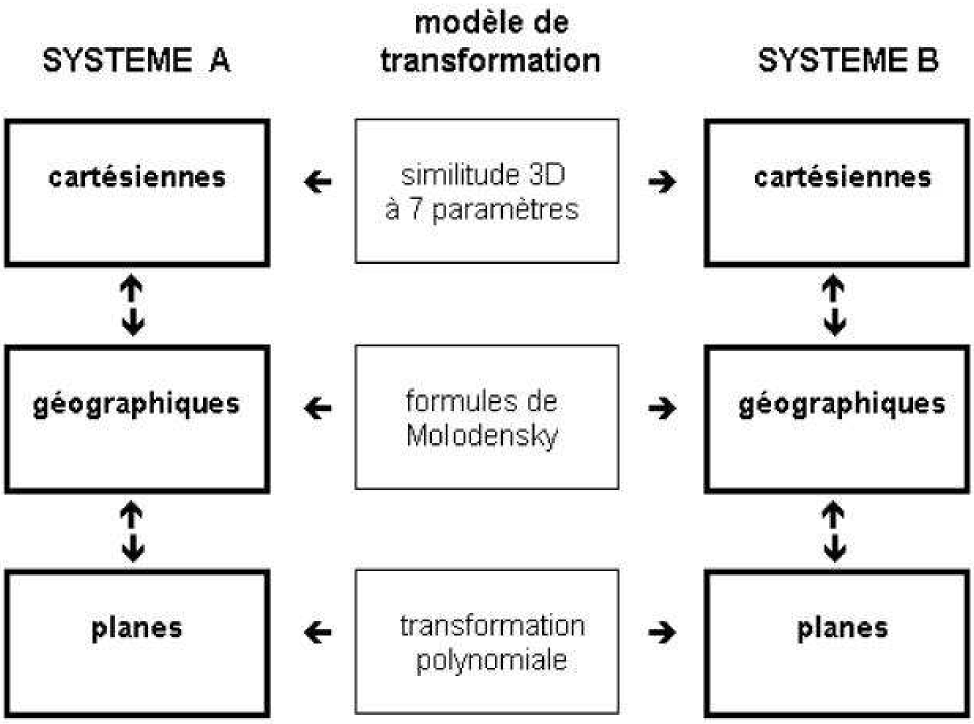


Figure 8- Transformations de coordonnées

La similitude 3D :

La similitude 3D est une opération de translation, de rotation et d'homothétie dans l'espace. La translation est la plus importante, la rotation est très faible que l'on peut faire une approximation au premier ordre du développement limité des fonctions trigonométriques, l'homothétie aussi est très proche de 1 (fig.9) [4].

Le vecteur translation a pour composantes Tx, Ty et Tz , ce sont les coordonnées du centre du répère cartésien O du système A, exprimées dans le système B. L'homothétie peut s'écrire K=(1+D) avec D≈10^{-6}m. La matrice de rotation peut s'écrire sous la forme :

$$R = R_x \times R_y \times R_z \approx \begin{pmatrix} 1 & \varepsilon z & -\varepsilon y \\ -\varepsilon z & 1 & \varepsilon x \\ \varepsilon y & \varepsilon x & 1 \end{pmatrix}$$

On démontre que, pour un point M (x,y,z), le changement de repère s'écrit :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_B = \begin{pmatrix} Tx \\ Ty \\ Tz \end{pmatrix} + (1+D)\begin{pmatrix} 1 & \varepsilon z & \varepsilon y \\ -\varepsilon z & 1 & \varepsilon x \\ \varepsilon y & -\varepsilon x & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_A$$

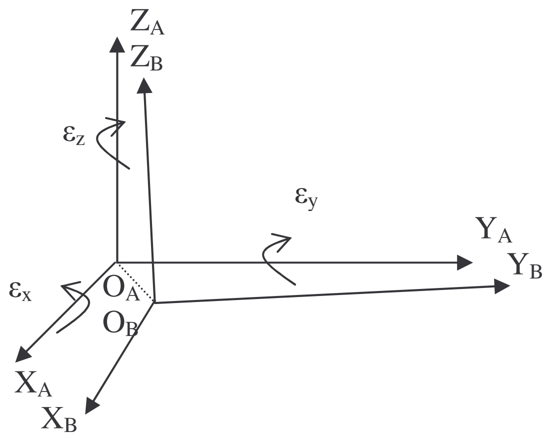


Figure 9- Transformations de coordonnées cartésiennes

On a 7 paramètres inconnus dans cette formule. Ils peuvent être estimés par moindre carré en considérant le système suivant :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_B - \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x & 0 & -z & y \\ 0 & 1 & 0 & y & z & 0 & -x \\ 0 & 0 & 1 & z & -y & x & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} Tx \\ Ty \\ Tz \\ D \\ \varepsilon x \\ \varepsilon y \\ \varepsilon z \end{pmatrix}$$

Un point connu dans les deux systèmes donne 3 équations en x, y et z, on a besoin d'au moins 3 points connus dans les deux systèmes pour obtenir les 7 paramètres.

Pratiquement on résout le système suivant :

$$
\begin{pmatrix} .. \\ . \\ . \\ x_k \\ y_k \\ z_k \\ . \\ . \\ . \end{pmatrix}_B - \begin{pmatrix} . \\ . \\ . \\ x_k \\ y_k \\ z_k \\ . \\ . \\ . \end{pmatrix}_A = \begin{pmatrix} & & & & . & & \\ & & & & . & & \\ & & & & . & & \\ 1 & 0 & 0 & x_k & 0 & -z_k & y_k \\ 0 & 1 & 0 & y_k & z_k & 0 & -x_k \\ 0 & 0 & 1 & z_k & -y_k & x_k & 0 \\ & & & & . & & \\ & & & & . & & \\ & & & & . & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Tx \\ Ty \\ Tz \\ D \\ \varepsilon x \\ \varepsilon y \\ \varepsilon z \end{pmatrix}
$$

En négligeant les termes de rotation et d'homothétie, on obtient les valeurs approchées de la translation avec une précision pouvant aller du mètre. Voici un tableau donnant les paramètres de transformation pour le passage de différents systèmes géodésiques vers le système WGS84 [3] :

Tableau 2. Paramètres de transformation de différents référentiels vers WGS 84

Système géodésique	*Ellipsoïde de référence*	*Tx (m)*	*Ty (m)*	*Tz (m)*
WGS84	WGS80 ~ GRS80	0	0	0
ED50	Internationale 1924 (Hayford 1909)	-84 (1)	-97	-117
Tananarive 1925	Internationale 1924 (Hayford 1909)	-191.745 (2)	-226.365	-115.609

(1) Exactitude de l'ordre de 2m
(2) Obtenus avec 9 points géodésiques connus dans les deux systèmes [3]

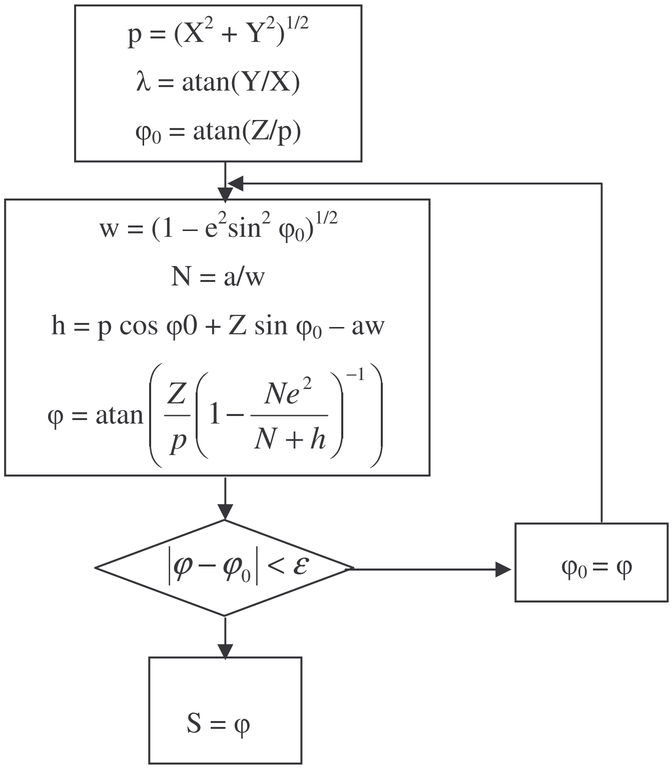
Le passage de coordonnées cartésiennes aux coordonnées géographiques

La formule directe s'écrit :

X = (N+h) cosφ cosλ
Y = (N+h) cosφ sinλ
Z = (N(1-e^2)+ h) sinφ

Avec N = $\dfrac{a}{\left(1-e^2\sin^2\varphi\right)^{1/2}}$, la grande normale

La formule inverse nécessite un algorithme itératif :



3. <u>La transformation de coordonnées géographiques aux coordonnées cartographiques :</u>

Voyons plus en détail la projection Laborde. Comme il a été dit au paragraphe précédent, la projection Laborde est une suite d'opérations de projection:

- Une projection de l'ellipsoïde, l'Ellipsoïde International de 1924, sur une sphère de courbure
- Une projection de cette sphère sur un cylindre selon la projection transverse de Mercator
- Un passage au Mercator oblique

En fait cette procédure est une substitution à la façon dont on a établi la projection. En effet, l'écart entre la projection Laborde et Mercator Oblique ne dépasse pas le 1,10m au pire des cas [7]. Dans l'originalité de la projection, Laborde a plutôt fait une projection parabolique oblique de cette sphère conforme sur le plan. Nous illustrons ici alors les procédés à suivre avec les notations originales de Laborde [7] pour l'obtention de cette projection. Pour cela, il faut considérer la construction géométrique suivante :

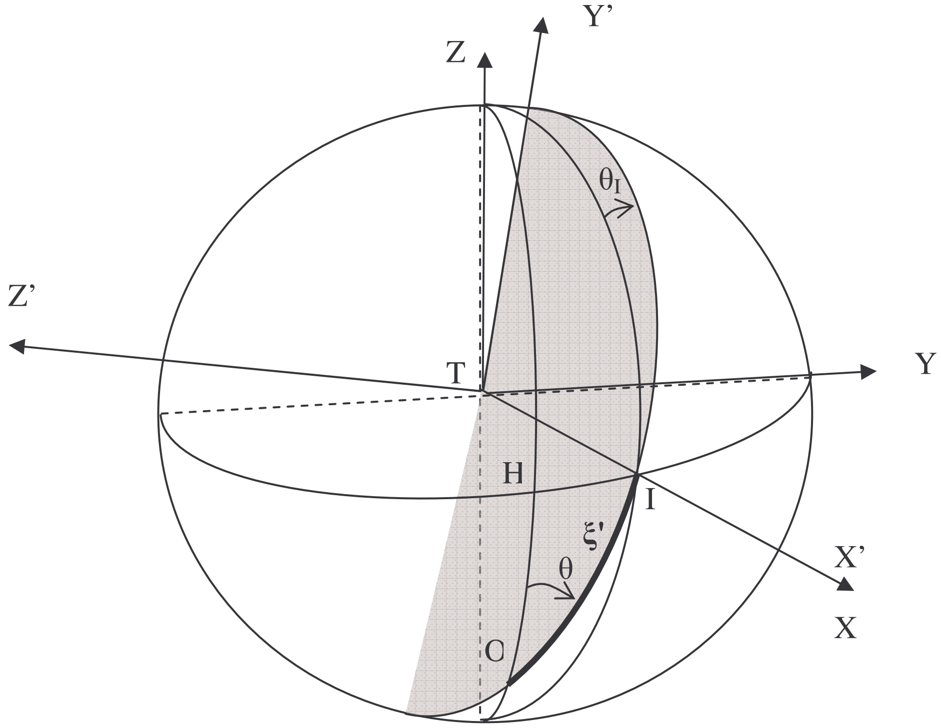


Figure 10- Construction géométrique de la projection de Laborde

Les constantes fondamentales à utiliser dans les formules qui suivent :

Longitude d'origine M_0 = 49 Gr Est de Paris
Latitude origine L_0 = -21 Gr sud
Latitude conforme φ_0 = - 20,94115410 Gr
Constante C = - 0,00029734712 rad
Rayon de courbure $R_0 = \sqrt{n_0 \rho_0}$ = 6361399,018 m
Facteur d'échelle K_0 =0,9995
Rayon de l'« aposphère » R = K_0R_0 = 6358218,318 m
Coefficient de longitude $\alpha = \sqrt{1+e'^2 \cos^4 L_0} = \dfrac{\sin L_0}{\sin \varphi_0}$ = 1,0027075409
Angle de rotation à l'origine θ = 21 Gr
Rotation équatoriale ($\sin \theta_I = \sin\theta \cos\varphi_0$) θ_I = 19,83495875 Gr
Longitude équatoriale λ_I = 55,33187835 Gr
Distance IO ξ_I = 22,04362093 Gr
Première excentricité (Ellipsoïde Internationale de 1924) $e = \sqrt{\dfrac{a^2 - b^2}{a^2}}$ = 0,0819918900

Passage de coordonnées géographiques en coordonnées sphériques conformes :

Notons (L, M) les longitude et méridien, en coordonnées géographiques sur l'ellipsoïse d'un point quelconque de la surface de la terre et (λ,φ) ses coordonnées sphériques. Le passage en coordonnées sphériques conformes de Gauss-Laborde est donné par les formules suivantes :

$$\begin{cases} \lambda = \alpha\,(M - M_I) \\ \mathrm{Argth}(\sin\varphi) = \mathrm{Argth}(\sin L) - e\,\mathrm{Argth}(e \sin L) + C \end{cases}$$

Avec $C = \mathrm{Argth}(\sin \varphi_0) - \mathrm{Argth}(\sin L_0) - e\, \mathrm{Argth}(e \sin L_0)$

Rotation autour de TI :

$$\begin{cases} X' = X \\ Y' = Y \sin\theta_I - Z \cos\theta_I \\ Z' = -Y \cos\theta_I - Z \sin\theta_I \end{cases}$$

Projection centrée en T

$$\begin{cases} \mathrm{tg}\ \xi' = Y'/X' \\ \mathrm{th}\ \eta' = Z' \end{cases}$$

Projection centrée en O

$$\begin{cases} \xi = \xi' + \xi_I \\ \eta = -\eta' \end{cases}$$

Passage aux coordonnées Laborde :

$$\begin{cases} E = R(\xi \sin\theta - \eta \cos\theta) + E0 \\ N = R(\xi \cos\theta + \eta \sin\theta) + N0 \end{cases}$$

avec E0 = 400000m
N0 = 800000m
R = 6358218,318m

Formules inverses :

Voici les étapes à suivre pour remonter de (E,N) vers (λ,φ) :

$$\begin{cases} \xi' = (N \cos\theta - E \sin\theta)/R - \xi_I \\ \eta' = -(N \sin\theta + E \cos\theta)/R \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z' = \mathrm{th}\ \eta' = \sin p \\ X' = \cos p \cos \xi' \\ Y' = \cos p \sin \xi' \end{cases}$$

$$\begin{cases} X = X' \\ Y = Y' \sin\theta_I - X' \cos\theta_I \\ Z = Y' \cos\theta_I + Z' \sin\theta_I \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathrm{Tg}\ \lambda = Y/X \\ \varphi = \mathrm{Arcsin}\ Z \end{cases}$$

d'où $M = M_I + \lambda/\alpha$

L est obtenu par résolution itérative de la relation :

$$\mathrm{Argth}(\sin \varphi) = \mathrm{Argth}(\sin L) - e\, \mathrm{Argth}(e \sin L) + C$$

3. Jeu de données

Paramètre de passage de coordonnées cartésiennes

Dans un premier temps, nous étions conduit à programmer en Java le passage de coordonnées cartésiennes de WGS à TAN25. Nous avons utilisé une seule donnée connue dans les deux systèmes

Voici le résultat de ce petit programme :

__________ Conversion Coord Geographiques en Coord XYZ __________________________________

______________ Coordonnées géographiques en WGS84 _____________

Longitude = 0.7681947700286876

Latitude = -0.3492553126765614

______________ Coordonnées géographiques en TAN25 _____________

Longitude = 0.7682008559917893

Latitude = -0.34923200167122087

______________ Coord cartésiennes TAN25 _______________________

X = 4305233.95194785 Y = 4159646.4488853035 Z = -2165264.898370174

______________ Coord cartésiennes WGS84 _______________________

X = 4305076.614268343 Y = 4159443.7730763447 Z = -2165392.5360195925

______________ Param translation ______________________________

DX = -157.33767950721085 DY = -202.67580895870924 DZ = -127.6376494183205

Les valeurs trouvées Dx, Dy, Dz sont proches des valeurs obtenues avec 9 points. Le centre 0 de l'ellipsoïde sur lequel se réfère les coordonnées cartésiennes se situe très loin de la centre de masse de la Terre. Ceci s'explique par le simple faite que le réseau géodésique est obtenu avec des mesures terrestres.

Passage des coordonnées géographiques (TAN25) aux coordonnées géographiques (WGS 25)

Le résultat suivant est aussi obtenu avec le programme java. Nous avons pris un point dont les coordonnées géographiques sont connues dans le système TAN25. Le propos de ce programme est de trouver les coordonnées dans le système WGS84.

____________ Passage Coord (lat, long)Tan25 à (lat, long)WGS84 __________________________________

itération 0 : N= 6370887.367521566 - H1= -5073.830262316391

itération n° : 0

itération 1 : N= 6370844.252080545 - H1= -47.75474877282977

itération n° : 1

itération 2 : N= 6370844.286283845 - H1= -51.75833700411022

itération n° : 2

itération 3 : N= 6370844.286256621 - H1= -51.75515040755272

itération n° : 3

itération 4 : N= 6370844.286256642 - H1= -51.75515294447541 itération n° : 4

itération 5 : N= 6370844.286256642 - H1= -51.755152941681445

Nombre d'itération : 5

Départ : lambda = 44.014666866666666 - phi = -20.009519766666667 Hauteur = 27.635

Arrivée : lambda = 44.01431816666666 phi = -20.010020229878275 hauteur = -51.755152941681445

1/e2 TAN1925 : 147.75042070046115 - 1/e2 WGS1984 :149.3790298768161

Les valeurs sont rapprochées sauf en altitude, cela prouve que l'algorithme est bien. La valeur seuil étant de 10^{-7}, l'inversion a convergée après 5 itérations.

Dans les logiciels SIG, tel que ArcGIS, le mieux c'est d'utiliser la projection Hotine Oblique Mercator. Cette projection utilise le même principe que Laborde, donc on peut exploiter les paramètres de la projection pour pouvoir projeter des cartes et des images en projection Laborde dans un SIG.

Conclusion:

Le système Tananarive 1925 est un système à part entière, avec sa projection unique au monde, la projection Laborde. Cette projection peut être substituée par une triple projection allant d'un ellipsoïde au cylindrique. Le cylindre étant choisi de manière à ce que son axe soit dans le grand axe de Madagascar avec une inclinaison de 18° 54' par rapport au méridien.

Pour géoréférencer un document, la transformation directe par une fonction polynomiale d'un document projeté vers une nouvelle projection cartographique est la plus utilisée, moyennant les points d'amer. La transformation par passage d'un référentiel à un autre, avec une similitude 3D, s'avère le moyen fiable pour avoir une précision. Il faut alors remonter des coordonnées planes vers les coordonnées cartésiennes avant de faire la transformation.

ANNEXE

Les points géodésiques en Afrique

(Extrait BASE DE DONNEES O.A.C.T, 1995)

Pays	Nombre de points	Densité	Période de réalisation	Entretien	Financement	Remarques
Lesotho	767		1951-1978	Non	Gouvernement de Lesotho et L'Angleterre	No real maintenance , but shift of 1stx2sd order control points from mouhtain top into the valleys
Madagascar	5926	0.0098	1926-1974	Oui	FTM	Compensation en 3 blocs de 300 points de chaque .
Mali	76		1969	Non		Mal écrit
Mozambique	10372			Oui	SIDA	

Les points géodésiques malgaches

(Source: L'institut de Géodésie et d'Hydrographie Malgache, FTM 2004)

Type de points géodésiques	Nombre de points géodésiques
1er ordre	996
2e ordre	1267
3e ordre	3510
4e ordre	154
Total des points géodésiques	5927

Bibliographie

[1] Jean-Philippe Dufour. Introduction à la géodésie. Collection ENSG-IGN, édition Germes, Paris 2001.

[2] Serge Botton, Françoise Duquenne, Yves Egels, Michel Even, Pascal Willis. GPS - localisation et navigation. Edition Hermès, Paris 1997.

[3] Photogrammetric Engineering & Remote Sensing. Columns&Datums - The Republic of Madagascar, Bulletin février 2000, p142-144, février 2000.

Disponible en ligne à l'adresse http://www.asprs.org/resources/grids/02-2000-madagascar.pdf

[4] Françoise Duquenne. Cours de Géodésie, DEA Sciences de l'Information Géographique, ENSG 2004.

[5] Service de Géodesie et Nivellement. PROJECTION CARTOGRAPHIQUE GAUSS – LABORDE Algorithmes. NOTES TECHNIQUES NT/G 73. Intitut Géographique Nationale, janvier 1995.

[6] Systeme de coordonnees Laborde / Madagascar
http://members.aol.com/fbtec/NotesTechniques/geodesie/Notes/labordeMad.html

[7] H.M. Dufour. Projection de Laborde (Madagascar et projections voisines. Définitions – corrections. Institut Géographique National, juillet 1973.